4. NÚMEROS REALES.

4.1. Introducción.

En la época de Pitágoras, se creía que los únicos números que existían eran los naturales (los que empleamos para contar) y los racionales (fracciones). Sin embargo, los pitagóricos descubrieron que no podían medir la diagonal de un cuadrado con ningún número. Así pues, el origen del concepto de número irracional se encuentra en la Geometría. Pitágoras fue el primero en señalarlo de forma parecida a la siguiente:

"Si se tiene un triángulo rectángulo cuyos catetos tienen longitud 1, la longitud de la hipotenusa es igual a raíz cuadrada de 2 y éste no es un número racional. Si escribimos raíz cuadrada de 2 = ***a***/***b***, donde ***a*** y ***b*** son números enteros primos entre sí, fácilmente se llega a una contradicción con resultados conocidos de la divisibilidad de números enteros":

$\sqrt{\boldsymbol{2}} = \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ *irreducible* $\Rightarrow$ $\boldsymbol{2} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{a \cdot a}{b \cdot b}$ $\Rightarrow$ *hemos simplificado la fracción* $\frac{a \cdot a}{b \cdot b}$ *hasta llegar a* ***2***, *lo que no es posible si* $\frac{a}{b}$ *es irreducible, ya que a y b no tienen divisores comunes.*

Tan notable descubrimiento bien merecía, según se cuenta, el sacrificio de 100 bueyes con que fue celebrado por Pitágoras.

Los matemáticos griegos posteriores estudiaron además de estos irracionales sencillos, otros más complicados aunque, en general, se puede decir que los griegos se limitaron esencialmente a trabajar con los irracionales que se obtienen por aplicación repetida de la extracción de raíces cuadradas y que, por ello, se podían construir con la regla y el compás, pero nunca llegaron a tener la idea general de número irracional.

Ésta hizo su aparición al final del s.XVI, como consecuencia de la introducción de los números decimales, cuyo uso se generalizó ya antes con motivo de la formación de la tabla de logaritmos. Cuando se transforma una fracción en número decimal, pueden obtenerse números decimales limitados o ilimitados, que son necesariamente periódicos. Ahora bien, nada hay que impida considerar un número decimal no periódico, esto es un número decimal cuyas cifras se suceden sin obedecer ley alguna y sin parar. Históricamente acontece así, que el cálculo obligó a que se introdujeran los nuevos conceptos y, sin que se pensase gran cosa sobre su esencia y fundamento, se operaba con ellos, afirmando su existencia, sobre todo al reconocer repetidamente su extraordinaria utilidad. Sólo al llegar al año 1860 se vio la necesidad de formular aritméticamente, de manera precisa, los fundamentos de los números irracionales. Weierstrass fue el primero que abrió camino en estas investigaciones a través de las lecciones que explicaba en la Universidad de Berlín. En el año 1872, G. Cantor, fundador de la teoría de conjuntos, dio en Universidad de Hall una teoría general de dichos números. De forma simultánea pero independiente, Dedekind hizo otro tanto en la Universidad de Brunswick.

4.2. Números irracionales.

(A) Los *números irracionales* son aquellos que tienen infinitas cifras decimales que no son periódicas.

(B) *Ejemplos:*

* 1,12112111211112… ; 0,101001000100001…

* Algunos números irracionales surgen del estudio de cuestiones geométricas:

-Al hacer el cociente de la longitud de una circunferencia por el diámetro de la misma, aparece el número pi: $\pi = 3,14159265358979323846264338327 95...$

-Al medir la diagonal de un cuadrado de lado uno aparece el número $\sqrt{2} = 1,4142...$

* También son irracionales los números que provienen de raíces cuadradas no exactas:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242097...$$
$$\sqrt{3} = 1,7320508075688772935274463415058 7...$$
$$\sqrt{5} = 2,2360679774997896964091736687312 8...$$
$$\sqrt{7} = 2,6457513110645905905016157536392 6...$$

* Otros números irracionales importantes:

-número $e = 2,71828182845904523536028747135266...$

-número de oro $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.61803398874924885702645205745 98...$ famoso en la era pitagórica y que está presente en muchas obras de arte.

(C) El conjunto de los *números reales* está formado por los números racionales (decimales periódicos) junto con los números irracionales (decimales no periódicos), es decir, por todos los números decimales:

$$\frac{-3}{4}; 4; -5; 0,7 = \frac{7}{10}; \pi = 3'141592...; 3'\overset{\frown}{1} = \frac{28}{9}; 0; -112; 1; -1,0\overset{\frown}{2} = \frac{-46}{45}$$

(D) *Ejercicios:*

1. Completa las igualdades siguientes $\left(\cup = \text{"unión"}\ ;\ \cap = \text{"intersección"}\right)$:

a) $(\mathbb{N}\cup\mathbb{Z})\cap\mathbb{Q}=$

b) $(\mathbb{N}\cap\mathbb{Z})\cup\mathbb{Z}^-=$

c) $(\mathbb{Z}\cap\mathbb{Q})\cap\mathbb{N}=$

d) $(\mathbb{Z}\cup\mathbb{Q})\cap\mathbb{N}=$

e) $(\mathbb{Z}\cup\mathbb{Q})\cup\mathbb{N}=$

f) $(\mathbb{Z}^+\cup\mathbb{N})\cap\mathbb{Q}=$

g) $(I\cup\mathbb{Q})\cap\mathbb{R}=$

h) $(I\cap\mathbb{Q})\cup\mathbb{R}=$

i) $\mathbb{Z}-\mathbb{N}=$

j) $\mathbb{R}-\mathbb{Q}=$

2. Encuentra el mínimo conjunto numérico $(\mathbb{N},\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{R})$ al que pertenezcan los números:

$e\ ;\ -3\ ;\ -4{,}5\ ;\ 1{,}\widehat{4}\ ;\ 8\ ;\ \pi\ ;\ -9\ ;\ \frac{1}{5}\ ;\ 1\ ;\ \frac{-7}{3}\ ;\ -2\ ;\ 0\ ;\ 23$

3. Coloca los signos $\in$ ó $\notin$ según los números de la izquierda sean o no de los conjuntos:

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	ø	$\mathbb{R}$		$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	ø	$\mathbb{R}$
-5	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$-\sqrt{2}$					
$\frac{1}{2}$						$\frac{9}{0}$					
$\sqrt{3}$						4					
$\frac{3}{-5}$						$\frac{\pi}{e}$					
0						$\frac{12}{3}$					
$\sqrt{9}$						$\sqrt{-6}$					

4. Di si son ciertas o falsas las siguientes expresiones:

$a)\ \sqrt{5}\in\mathbb{Q}\ ;\ b)\ \pi\in I\ ;\ c)\ 3{,}1\widehat{6}\in I\ ;\ d)\ e\in\mathbb{R}\ ;\ e)\ -2{,}7\in\mathbb{Q}$

5. De los siguientes números di cuáles son racionales y cuales irracionales:

$a)\ 4{,}2\widehat{53}\ ;\ b)\ \sqrt{5}\ ;\ c)\ \sqrt{2}+1\ ;\ d)\ \sqrt{49}\ ;\ e)\ -9$

6. ¿Verdadero o falso? ¿Por qué?:

a) Todo número real es racional
b) Todo número natural es racional
c) Todo número irracional es real
d) Todo número racional es irracional
e) Todo número real es irracional
f) Todo número entero es racional
g) Todo número irracional es entero
h) Todo número natural es real
i) Todo número racional es real
j) Todo número entero es natural

4.3. Aproximación: truncamiento y redondeo.

(A) Para trabajar con números decimales infinitos o números decimales largos, se les aproximan a otros números mediante el truncamiento o el redondeo (ambas cosas las realizan las calculadoras).

TRUNCAR un número consiste en considerar sólo las cifras decimales que nos interesan y "eliminar" las demás. Primero debemos saber con cuántas cifras decimales queremos trabajar o cuántas nos están pidiendo.

REDONDEAR un número en una determinada cifra decimal, consiste en "eliminar" cifras, pero a veces hay modificaciones en las cifras originales y a veces no:

- Se cuentan las cifras que interesa dejar y se observa la primera cifra que se va a eliminar.
- Si la primera cifra que se va a eliminar es menor que 5 no hay modificaciones en las cifras que se dejan.
- Si la primera cifra que se va a eliminar es igual o mayor que 5, la última cifra no eliminada aumenta en 1.

(B) *Ejemplos:*

Número	Nº de cifras decimales	Truncamiento	Redondeo
2,33375689.....	3 (milésimas)	***2,333***	***2,334***
5,67587654.....	2 (centésimas)	***5,67***	***2,67***
0,01199453....	4 (diezmilésimas)	***0,0119***	***0,0120***
-54,918237…	1 (décimas)	***-54,9***	***-54,9***

El redondeo siempre es mejor puesto que se comete un error menor o igual que con el truncamiento. Así pues, siempre que no se diga nada, debemos redondear. Además, para que el error cometido no sea excesivo, se considera como “bueno”, mientras que no se diga otra cosa, el redondeo en diezmilésimas.

(C) *Ejercicios:*

1. Aproxima los siguientes números en milésimas (tres cifras decimales):

Número	Truncamiento	Redondeo	Número	Truncamiento	Redondeo
0,356783258			***3,145578***		
897,46789			***235,654***		
7,00006			***0,189675872***		
10009,9001			***3,141592***		
11,1111111			***2,718281***		

2. Aproxima, por truncamiento y redondeo hasta el orden que se indica:

Número	Orden de aproximación	Truncamiento	Redondeo
0,9876	milésimas		
12,5483	centésimas		
$\boldsymbol{\frac{2}{9}}$	diezmilésimas		
$\boldsymbol{\sqrt{2}}$	décimas		
- 0,999	centésimas		
$\boldsymbol{2\pi}$	milésimas		
$\boldsymbol{\frac{-2}{11}}$	diezmilésimas		

4.4. Errores: absoluto y relativo.

(A) En el truncamiento y redondeo de los números y en las aproximaciones de las medidas de magnitudes se producen errores. Existen dos tipos:

El *ERROR ABSOLUTO* es el valor absoluto de la diferencia entre el valor exacto y la aproximación:

$\varepsilon_a = |x - x_a|$ donde x es el valor exacto del número y x_a el valor aproximado

El *ERROR RELATIVO* es el cociente entre el error absoluto y el valor absoluto del número exacto:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{|x|}$$

(B) Cota del error absoluto:

Al medir, por ejemplo, el ancho x del cuaderno con una regla graduada en cm y en mm, se observa que es mayor que 21,3 cm y menor que 21,4 cm. Se tiene que $21,3<x<21,4$. Muchas veces, como en el caso de la longitud del ancho del cuaderno no sabemos la medida auténtica, por lo que no podríamos calcular el valor absoluto. Ahora bien, siempre podremos decir que la medida de x está comprendida entre 21,3 y 21,4 por lo que, como máximo, se habrá cometido un error de $\pm\, \boldsymbol{0,1}$ y, por lo tanto, $g_a < 0,1$. A este valor se le denomina *cota del error absoluto*.

Si para el número de oro M = 1,61803… tomamos como aproximación 1,61, no se puede calcular el error absoluto ya que no conocemos el valor exacto, pero si lo podemos acotar por un valor que, con toda seguridad, es más grande que el error:

$$\varepsilon_a = |\boldsymbol{1,61803... - 1,61}| = \boldsymbol{0,00803...} < \boldsymbol{0,01}$$

$\varepsilon_a = |\boldsymbol{1,61803... - 1,62}| = \boldsymbol{0,00197...} < \boldsymbol{0,005}$ si utilizamos como aproximación 1,62; por tanto, es mejor utilizar 1,62 como aproximación de M puesto que la cota del error es menor.

(C) *Ejercicios:*

1. Completa:

Número	Aproximación	Redondeo	Error absoluto	Error relativo	E. relativo en %
52,451	2				
23,2372	3				
54,887699	4				
21,099	2				

2. Al medir una longitud de 30 km se ha producido un error absoluto de 30 m, y al medir una longitud de 10 m se ha producido un error absoluto de 1mm. ¿En cuál de las dos medidas se ha producido más error relativo?
3. Encuentra la aproximación de $\sqrt{2}$ con una cota de error absoluto de 0,00001. Ídem para $\sqrt{3}$ con una cota de error absoluto de 10^{-6}.
4. Redondea la expresión decimal de $\sqrt{10}$ para que la cota de error absoluto sea de 0,0001. Ídem $\sqrt{19}$ con una cota de 0,0001. ¿Cuál es la cota de error de $\sqrt{10}+\sqrt{19}$ calculado con las aproximaciones anteriores?
5. Si quisiéramos la expresión decimal de $\sqrt{10}+\sqrt{19}$ con una cota de error de 0,00001, ¿qué cota de error tendrían que tener $\sqrt{10}$ y $\sqrt{19}$?
6. Si quisiéramos la expresión decimal de $\sqrt{7}-\sqrt{11}$ con una cota de error de 0,001, ¿qué cota de error tendrían que tener $\sqrt{7}$ y $\sqrt{11}$.
7. Una aproximación por truncamiento del número ***4,56789*** es ***4,56***. Calcula el error absoluto y el error relativo.
8. Una aproximación del número ***4,56789…*** es ***4,56***. Calcula la cota del error absoluto.
9. Escribe la aproximación por truncamiento y por redondeo hasta las milésimas de π e indica la cota del error absoluto que has cometido.
10. Indica en cuales de las siguientes aproximaciones del número de oro ϕ se ha redondeado y encuentra una cota del error absoluto: ***1 ; 1,61 ; 1,62 ; 1,618 ; 1,7.***

4.5. Notación científica.

(A) Trabajar con números muy pequeños o demasiado grandes es bastante incómodo dado que tenemos que escribir un gran número de cifras. Por ejemplo:

123456789 ; 0'00000009876 ; 2313435'787978 ; 0'0000000000001

Para solucionar este problema se utiliza la notación científica que consiste en transformar el número en otro número decimal cuya parte entera consta de una única cifra distinta de cero y que está multiplicada por una potencia de 10 que "compensa" la operación que hemos tenido que hacer para conseguir la transformación.

(B) *Ejemplos:*

$$3.500.000.000=\boxed{\frac{3.500.000.000}{1.000.000.000}}\cdot 1.000.000.000=3,5\cdot 10^{9}$$

$$0,0000008=\frac{\boxed{0,0000008\cdot 10.000.000}}{10.000.000}=\frac{8}{10^{7}}=8\cdot 10^{-7}$$

$$123.456.789=1,23456789\cdot 10^{8}\approx 1,2346\cdot 10^{8}$$

$$0,0000000009876=9,876\cdot 10^{-10}$$

$$2313435,787978=2,313435787978\cdot 10^{6}\approx 2,3134\cdot 10^{6}$$

$$0'0000000000001=1\cdot 10^{-13}$$

(C) Conviene ahora plantearse cuál es el procedimiento contrario, es decir, escribir con todas sus cifras un número dado en notación científica. Pues bien, consiste en poner el valor de la potencia de 10 y realizar la cuenta indicada. Veámoslo:

$$7,45602\cdot 10^{-4}=7,45602\cdot\frac{1}{10.000}=\frac{7,45602}{10.000}=0,000745602$$

$$9,0137\cdot 10^{5}=9,0137\cdot 100.000=901.370$$

$$2,079\cdot 10^{-1}=2,079\cdot\frac{1}{10}=\frac{2,079}{10}=0,2079$$

$$5,9012\cdot 10^{11}=5,9012\cdot 100.000.000.000=590.120.000.000$$

(D) Por último, es importante observar que otra ventaja de tener escritos los números en notación científica es la comodidad a la hora de realizar determinados cálculos. Por ejemplo, para multiplicar números escritos en notación científica, basta aplicar la propiedad asociativa del producto para multiplicar los números decimales entre sí y las potencias de 10 también (aplicando la propiedad del producto de potencias de la misma base), ahorrando cálculos porque hay menos cifras y quedando asimismo el resultado escrito en notación científica.

(E) *Ejercicios:*

1. Expresa en notación científica, redondeando el resultado en centésimas si fuera necesario:

Número	Notación científica	Número	Notación científica
El nº de Avogadro (partículas/mol) ***602.204.500.000.000.000.000.000***		1289 centésimas	
La masa de la Tierra (kg) ***5.976.300.000.000.000.000.000***		***1432600000000***	
La carga del electrón y protón (C) ***0,00000000000000000016021892***		***0,00054***	
La velocidad de la luz (m/s) ***299.800.000.000***		***7.685.940.321***	

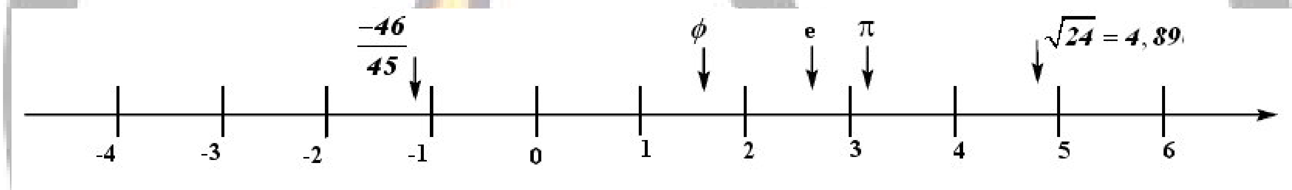
2. Haz con la calculadora las siguientes operaciones en notación científica:

OPERACIÓN	RESULTADO	OPERACIÓN	RESULTADO
a) $\boldsymbol{1{,}254 \cdot 10^{-2} - 5{,}1 \cdot 10^{-4}}$		*c)* $\boldsymbol{(8{,}14 \cdot 10^{-5})\cdot(-4 \cdot 10^{3})}$	
b) $\boldsymbol{2{,}5 \cdot 10^{3} + 2{,}3 \cdot 10^{-3}}$		*d)* $\boldsymbol{(6{,}5 \cdot 10^{7}) : (1{,}28 \cdot 10^{-2})}$	

4.6. Representación lineal de los números reales. Orden.

(A) Para representar gráficamente los números reales debemos tener en cuenta que existe una identificación total entre los puntos de la recta y dichos números, es decir, cada punto de la recta representa a un número real y a cada número real le corresponde un punto de la recta que lo representa.

Como ya sabemos representar números racionales con denominador pequeño de forma exacta en la recta, únicamente queda por aprender como representar números irracionales o fracciones con denominador grande. En ambos casos, como no podía ser de otra forma, habrá que hacerlo de forma aproximada:



(B) Para ordenar números reales (decimales) actuamos de la siguiente forma:

1º localizamos la primera cifra distinta, ya sea en la parte entera o en la parte decimal

2º si los dos son positivos, será mayor el que mayor tenga dicha cifra (2'4**5**4454445…<2'4**6**)

si los dos son negativos, será mayor el que menor tenga dicha cifra (-3'9**9**888…>-3'9**7**)

si uno es positivo y el otro es negativo, será mayor el positivo ($-\pi < e$)

(C) *Ejercicios:*

1. Dibuja en la recta real los siguientes números reales:

$$\sqrt{17} \;\; ; \;\; \sqrt{13} \;\; ; \;\; -\sqrt{29} \;\; ; \;\; \sqrt{8} \;\; ; \;\; 1+\sqrt{2} \;\; ; \;\; 3+\sqrt{5}$$

2. Ordena de menor a mayor:

$$\sqrt{7} \;\; ; \;\; 2{,}0\widehat{58} \;\; ; \;\; -\sqrt{11} \;\; ; \;\; \frac{35}{17} \;\; ; \;\; -3{,}4$$

4.7. Intervalos de la recta real.

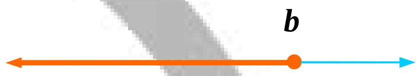
(A) Existen distintos subconjuntos dentro de la recta real que son especialmente importantes puesto que tienen diversas aplicaciones (inecuaciones, dominios de funciones,…). Todos ellos coinciden con "trozos" de recta, y se clasifican de la siguiente forma:

* *Recta real:* $\mathbb{R} =]-\infty, \infty[$ 

* *Semirrectas:*

-*A la derecha cerrada de origen* ***a****:* $[a,+\infty[= [a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$ 

-*A la derecha abierta de origen* ***a****:* $]a,+\infty[= (a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$ 

-*A la izquierda cerrada de extremo* ***b****:* $]-\infty, b] = (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$ 

-*A la izquierda abierta de extremo* ***b****:* $]-\infty, b[= (-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$ 

* *Segmentos:*

-*Cerrado:* $[a,b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$ 

-*Semiabierto por la izquierda:* $]a,b] = (a,b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$ 

- *Semiabierto por la derecha:* $[a,b[= [a,b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$ 

-*Abierto:* $]a,b[= (a,b) = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$ 

(B) * Un *entorno (abierto)* de un punto, $x \in \mathbb{R}$, es un intervalo abierto que contiene a *x*.

* Un *entorno reducido* de un punto, $x \in \mathbb{R}$, es un entorno sin considerar el punto *x*.

* Un *entorno (simétrico) centrado* en $x \in \mathbb{R}$ y de radio *r*>0, es un intervalo abierto de la forma $E_r(x) =]x-r, x+r[= \{a \in \mathbb{R} / x-r < a < x+r\}$.

Así el entorno real de centro 3 y radio 4 es: $\boldsymbol{E_4(3) =]3-4, 3+4[=]-1,7[}$

* Un *entorno (simétrico) reducido centrado* en $x \in \mathbb{R}$ y de radio *r*>0, es un intervalo abierto de la forma $]x-r, x[\cup]x, x+r[$

(C) *Ejercicios:*

1. Representa en la recta los intervalos siguientes y exprésalos como conjunto:

$\boldsymbol{[4,\infty[\; ; \;]-\infty,-2[\; ; \; [1,3] \; ; \;]2,5[\; ; \; [0,3] \; ; \;]5,\infty[\; ; \; [-2,2[\; ; \;]-4,3] \; ; \;]-\infty,0]}$

2. Escribe como intervalos y representa los siguientes conjuntos:

$I_1 = \{x \in \mathbb{R} / x > \boldsymbol{7}\} \; ; \; I_2 = \{x \in \mathbb{R} / x \leq \boldsymbol{-5}\} \; ; \; I_3 = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}} < x \leq \boldsymbol{4}\right\} \; ; \; I_4 = \{x \in \mathbb{R} / \boldsymbol{0} \leq x \leq \boldsymbol{5}\}$

3. Siendo $A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x<\mathbf{5}\}$ y $B=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\leq\mathbf{0}\}$, calcula:

   $A\cap B$; $A\cup B$; $\overline{A}$ *(contrario de A)*; $\overline{B}$ *(contrario de B)*; $A-B=A\cap\overline{B}$.

4. Siendo $A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,-\mathbf{4}<x<\mathbf{3}\}$ y $B=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x<\mathbf{0}\}$, calcula:

   $A\cap B$; $A\cup B$; $\overline{A}$; $\overline{B}$; $A-B=A\cap\overline{B}$.

5. Siendo $A=\left]-\infty,\mathbf{5}\right[$ y $B=\left]-\mathbf{2},\mathbf{8}\right]$, calcula: $A\cap B$; $A\cup B$.

6. Siendo $A=\left]\mathbf{2},\mathbf{5}\right[$ y $B=\left[\mathbf{3},\mathbf{8}\right[$, calcula: $A\cap B$; $A\cup B$.

7. El intervalo $A=\left]-\mathbf{2},\mathbf{4}\right[$ es un entorno. Calcula su centro y su radio.

8. Escribe en forma de intervalo las siguientes expresiones:

   $a)\ E_{0,5}(\mathbf{4})$; $b)\ E_{3}(\mathbf{2})\cup E_{2}(\mathbf{4})$; $c)\ E_{1}(\mathbf{2})\cap E_{2}(\mathbf{3})$

9. Completa con los signos $\in$ ó $\notin$ los puntos suspensivos en las expresiones:

   $a)\ \text{-}\mathbf{2}\ldots E_3(\text{-}\mathbf{5})$; $b)\ \text{-}\mathbf{6}\ldots E_3(\text{-}\mathbf{5})$; $c)\ \text{-}\mathbf{8}\ldots E_3(\text{-}\mathbf{5})$; $d)\ \mathbf{0}\ldots E_3(\text{-}\mathbf{5})$

4.8. Operaciones con números reales.

(A) Las operaciones en las que aparecen números irracionales se hacen de forma aproximada, realizando primero un redondeo y posteriormente la operación, que queda reducida a una cuenta con números decimales exactos.

(B) *Ejemplos:*

$$\pi=3{,}14159265\ldots\approx3{,}1416 \quad ; \quad e=2{,}718281\ldots\approx2{,}7183$$

$$\begin{cases} 4+\pi\approx4+3{,}1416=7{,}1416 \\ 3\cdot\pi\approx3\cdot3{,}1416=9{,}4248 \\ \pi^2\approx3{,}1416^2=9{,}86965056\approx9{,}8697 \\ \dfrac{\pi}{2}\approx\dfrac{3{,}1416}{2}=1{,}5708 \\ \pi+e\approx5{,}8599 \\ e\cdot\pi\approx3{,}1416\cdot2{,}7183=8{,}53981128\approx8{,}5398 \end{cases}$$

No merece la pena insistir más en este apartado, puesto que las cuentas (aproximadas) que hay que realizar son operaciones con números decimales exactos y se realizan como si fueran números naturales, teniendo en cuenta las cifras decimales.